

# Pengaruh Ukuran Dan Jumlah Elemen Singular Terhadap Harga Faktor Intensitas Tegangan Untuk Kasus Retak Pojok Eliptik Dengan Metode Elemen Hingga

Nurul Muhayat

Dosen Fakultas Teknik, Jurusan Teknik Mesin - UNS Surakarta

Wajan Berata

Dosen Fakultas Teknologi Industri, Jurusan Teknik Mesin - ITS Surabaya

## Abstract

*Stress intensity factor evaluation is needed to evaluate residual strength and crack growth. It develops some methods to evaluate stress intensity factor. In this research, the stress intensity factor is evaluated on the case of part through crack in finite solid with configuration of quarter elliptic corner crack. It is done by ANSYS software which based on finite element method. Crack tip element model is chosen a quarter point isoparametric 20 node three dimension. The result of ANSYS analysis gives the geometry factor ( $K$ ) close enough to geometry factor ( $K$ ) of BEASY software result, with maximum error of 7.99% for the  $90^\circ$  - angle. On the other side, comparison of the ANSYS result with the result of Neumann-Raju equation, the error maximum is 3.89% for the  $0^\circ$  -angle. From statistical test is known that the selection of singular element size and number, disposed doesn't seem to influence the result of stress intensity factor calculation.*

*Keywords: Quarter Elliptic Corner Crack, Stress Intensity Factor, Finite Element Method, Singular Element Size, Singular Element Number.*

## 1. Latar Belakang

Broek, D (1982)<sup>[2]</sup> menyatakan bahwa faktor intensitas tegangan ( $K$ ) telah menjadi parameter penting yang dapat menentukan kekuatan sisa suatu struktur yang mempunyai retak. Berbagai metoda telah dikembangkan untuk menghitung faktor ini. Salah satu metoda ini yaitu metode elemen hingga. Dengan memakai elemen konvensional masih memerlukan pembagian elemen-elemen (*meshing*) yang halus disekitar ujung retak (Zienkiewics, 1977)<sup>[7]</sup>. Banks-sills, leslie dan Bortman, Yaacov (1984)<sup>[1]</sup>, melakukan peninjauan terhadap penggunaan elemen *quarter-point quadrilateral* dan prosedur ekstrapolasi untuk mengevaluasi faktor intensitas tegangan dengan *center crack specimen* dengan hasil akurat, dimana hasil yang didapat tidak terpengaruh oleh ukuran elemen. Penelitian Chiron, M.A. dan Berata, W. dan Pramono, A.S.(2001)<sup>[5]</sup> dilakukan dengan menggunakan software ANSYS untuk menghitung faktor intensitas tegangan pada kasus specimen CT (*Compact Tension*). Pemodelan spesimen menggunakan elemen isoparametrik kuadrilateral dan diujung retak menggunakan elemen *quarter point quadrilateral*.

Hasil yang didapat ternyata memberikan hasil faktor intensitas tegangan yang sangat dekat dengan eksperimen pada kondisi hampa udara.

Putra, I.S. dan Purbolaksono, J dan Pramono, A (1998)<sup>[6]</sup>, menggunakan perangkat lunak BEASY yang berbasis metoda elemen batas (*Boundary element methode*), untuk menghitung faktor intensitas tegangan pada kasus *part through crack*. Hasil yang didapat memberikan harga faktor intensitas tegangan dengan perbedaan kurang dari 10% bila dibandingkan dengan hasil dari Newman-raju solution.

Dari latar belakang tersebut penulis mencoba menggunakan perangkat lunak ANSYS release 5.4 yang berbasis pada metode elemen hingga, untuk mengevaluasi faktor intensitas tegangan pada *part through crack* untuk konfigurasi Retak Pojok Eliptik (*quarter elliptic corner crack*). Pemodelan spesimen menggunakan elemen singular pada sekitar ujung retak.

Dalam pelaksanaan penelitian ini beberapa kondisi batasan telah diambil yaitu:

- Pemodelan spesimen untuk Retak Pojok Eliptik dilakukan dengan model setengah bagian dikarenakan adanya kesimetrian model.
- Jenis elemen yang digunakan adalah elemen isoparametrik 8 node tiga dimensi (isoparametrik 8 node solid) untuk memodelkan

**Catatan :** Diskusi untuk makalah ini diterima sebelum tanggal 1 September 2004. Diskusi yang layak muat akan diterbitkan pada Jurnal Teknik Mesin Volume 6 Nomor 2 Oktober 2004.

elemen bukan diujung retak, sedangkan untuk elemen di ujung retak dipilih elemen isoparametrik *quarter-point* 20 node tiga dimensi (20 node solid).

- Material diasumsikan homogen, isotropik dan kontinyu
- Tidak memperhitungkan adanya pengaruh lingkungan
- Perhitungan faktor intensitas tegangan dalam masalah linear elastic fracture mechanic (LEFM).
- Hasil dari perhitungan ini ditampilkan dalam faktor geometri ( $\beta$  faktor), dimana

$$\beta = \frac{K_{part-through}}{K_{infinite}}$$

## 2. Tinjauan Teori

### Evaluasi Faktor Intensitas Tegangan

Untuk mengevaluasi faktor intensitas tegangan dapat dilakukan pendekatan dengan menghubungkan solusi analitik tegangan dan perpindahan pada ujung retak. Hal ini memerlukan prosedur ekstrapolasi untuk mendapatkan faktor intensitas tegangan pada ujung retak.

Variasi perpindahan secara analitis sekitar ujung retak adalah:

$$\begin{aligned} u &= \frac{K_I}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ (2K-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\ &\quad - \frac{K_{II}}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ (2K+3) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\ v &= \frac{K_I}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ (2K+1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\ &\quad - \frac{K_{II}}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ (2K-3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\ w &= \frac{K_{III}}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \end{aligned} \quad (1)$$

dimana

$K_I$  = faktor intensitas tegangan mode I

$K_{II}$  = faktor intensitas tegangan mode II

$K_{III}$  = faktor intensitas tegangan mode III

$\mu$  = modulus geser

$K = (3 - \nu) / (1 + \nu)$  untuk kondisi plane stress

$= (3 - 4\nu)$  untuk kondisi plane strain

terlihat bahwa faktor intensitas tegangan dapat dihitung dari salah satu dari komponen perpindahan arah  $u$  maupun  $v$ . untuk harga  $\theta = 0^\circ$  atau  $\theta = 180^\circ$  maka salah satu denominator pada persamaan diatas akan berharga nol

sehingga  $K$  dievaluasi dengan komponen perpindahan yang tidak menghasilkan harga nol.

Prosedur ekstrapolasi perpindahan dilakukan dengan melihat hubungan dari persamaan (1) sehingga dapat diperoleh:

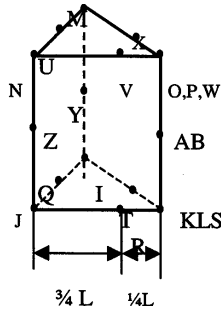
$$\begin{aligned} K_I \begin{Bmatrix} (2K-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \\ (2K+1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} &= 4\mu \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \\ K_{II} \begin{Bmatrix} -(2K+3) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \\ (2K-3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} &= 4\mu \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

substitusi harga  $u$ ,  $v$ , dan  $r$ , pada titik node sepanjang garis radial pada sekitar ujung retak, dapat diperoleh hubungan antara  $K$  dengan jarak radial  $r$ . kemudian dengan menghilangkan hasil yaitu titik dimana harga  $K$ -nya sudah tidak dalam garis linier (pada titik yang sangat dekat dengan ujung retak) sehingga solusi dapat diekstrapolasi pada  $r = 0$  dengan memakai regresi linear. Teknik ini dapat dipakai pada digunakan elemen konvensional maupun elemen singular.

### Pemodelan Singularitas Ujung Retak

Beberapa penelitian dengan menggunakan metode elemen hingga dengan memakai elemen konvensional, menunjukkan bahwa diperlukan pembagian meshing yang sangat halus pada sekitar ujung retak (Chan, 1970)<sup>[4]</sup> agar secara akurat dapat menampilkan singularitas ujung retak. Pengembangan elemen orde tinggi, seperti keluarga isoparametrik ternyata memberikan kesamaan akurasi yang dapat diterima pada pembagian meshing yang agak kasar. Bagaimanapun juga efektifitas solusi numerik pada kasus retak lebih menguntungkan dengan mengembangkan elemen khusus crack tip yang dapat secara langsung memodelkan singularitas medan regangan elastis  $1/\sqrt{r}$  sekitar ujung retak.

Singularitas ujung retak dapat dimodelkan dengan elemen isoparametrik 20 node tiga dimensi, dengan cara memanipulasi node posisi tengah pada elemen *crack front* yang disebut sebagai elemen *quarter-point* (Carpinteri, A. 1992)<sup>[3]</sup>. Dengan memindahkan node  $r$  serta  $v$  dan  $x$  ke posisi seperempat seperti pada gambar 1 maka singularitas regangan dapat ditampilkan pada garis KLPO.



Gambar 1. Elemen singular 20 node tiga dimensi quarter-point.

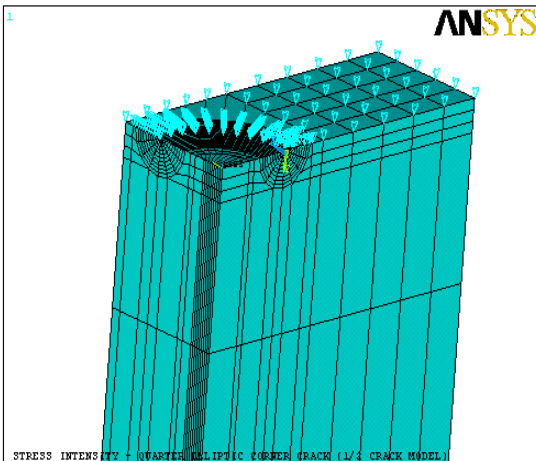
Regangan pada arah y adalah:

$$\epsilon_y = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{\sqrt{yL}} + \frac{4}{L} \right) v_k + \left( -\frac{2}{\sqrt{yL}} - \frac{4}{L} \right) v_r + \left( \frac{1}{\sqrt{yL}} + \frac{4}{L} \right) v_j \quad (3)$$

Dengan mengganti y dengan jarak radial r maka tampak bahwa komponen  $\epsilon_y$  menunjukkan singularitas  $\frac{1}{\sqrt{r}}$ .

**Geometri Dimensi Spesimen**

Dalam artikel ini diteliti kasus Retak Pojok Eliptik. Gambar spesimen Retak Pojok Eliptik dapat dilihat pada gambar 2 berikut:

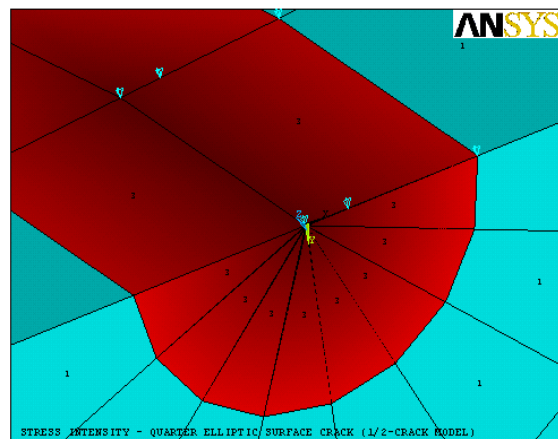


Gambar 2. Spesimen Retak Pojok Eliptik (quarter elliptic corner crack)

**Pemodelan**

Untuk memodelkan elemen ujung retak dipakai elemen quarter point isoparametric 20 node tiga dimensi. Pilihan ini didasarkan pada kemampuan elemen quarter point isoparametrik 20 node tiga dimensi untuk memodelkan singularitas pada ujung retak

Pemodelan untuk spesimen Retak Pojok Eliptik dilakukan dengan model setengah bagian struktur dikarenakan adanya kesimetrian model, baik geometri maupun pembebanan. Model dibuat dengan cara membuat node-node pada setiap elemen pada struktur spesimen tersebut. Kemudian berdasarkan node-node yang dibuat dilakukan pembuatan elemen (meshing) sehingga setelah semua elemen dibuat akan didapat suatu struktur spesimen Retak Pojok Eliptik. Untuk meshing elemen disekitar ujung retak (crack vicinity) terdiri dari 10 ring elemen terfokus dan setiap ring terdiri dari 100 elemen, 10 sepanjang crack front dan 10 sepanjang circumference dari ring. Untuk membuat elemen singular pada sisi elemen ujung ring pertama dilipat dan dilakukan perubahan jenis elemen dengan cara merubah kedudukan midside node menjadi 1/4 bagian dari ujung retak. Model elemen singular dapat ditampilkan dalam gambar 3 berikut:



Gambar 3. Model ANSYS dari elemen singular

Retak dimodelkan dengan cara tidak memberikan kondisi batas pada node yang berada pada pada ujung retak, sedangkan node yang terletak pada luasan yang tidak terjadi keretakan dikekang arah v.

**Input Data**

Masukan data yang dibutuhkan adalah:

1. Material propertis dari spesimen plat aluminium paduan LY12R:
  - Modulus elastisitas (E) = 70.000 MPa
  - Tegangan Yield( $\sigma_y$ ) = 170 MPa
  - Tegangan Ultimat( $\sigma_u$ ) = 282 MPa
2. Pembebanan  
Pembebanan yang dipakai adalah Mode I.
3. Kondisi batas.  
Pemodelan spesimen untuk Retak Pojok Eliptik menggunakan 1/2 bagian spesimen

dengan kondisi batas yang diperlukan adalah: pada bidang simetri sumbu y diberikan kekangan perpindahan  $y = 0$ , kecuali dari ujung retak dan retak yang telah terjadi. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar 2.

4. Data retak

Data retak yang digunakan sesuai dengan penelitian yang telah dilakukan sebelumnya oleh Putra, I.S. dan Purbolaksono, J dan Pramono, A (1998)<sup>[6]</sup>.

**Evaluasi Faktor Intensitas Tegangan**

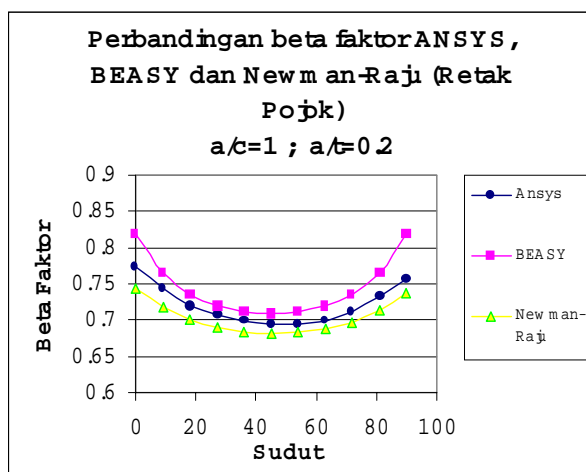
Evaluasi faktor intensitas tegangan yang dilakukan dengan menggunakan software ANSYS 5.4 dengan metode extrapolasi perpindahan.

**Komparasi Hasil Analisa dengan Penelitian yang Telah Ada**

Komparasi hasil antara hasil evaluasi faktor intensitas tegangan dengan ANSYS dan eksperimen. Dengan menampilkan grafik factor geometri ( $\beta$  faktor) dan posisi sudut (derajat). data-data Penelitian diambil dari artikel yang ditulis oleh Putra, I.S. dan Purbolaksono, J dan Pramono, A (1998)<sup>[6]</sup>

**3. Hasil Dan Analisa**

Perbandingan hasil simulasi ANSYS dengan hasil BEASY dan Newman-raju Equation dapat dilihat pada gambar 4.



Gambar 4. Grafik perbandingan beta faktor BEASY, Newman-Raju Equation dan ANSYS

Dari gambar 4 dapat dilihat bahwa faktor geometri hasil ANSYS sangat dekat dengan hasil dari BEASY dengan simpangan terbesar

yaitu 7.99 % pada sudut 90°. Sedangkan apabila factor geomtri hasil ANSYS dibandingkan dengan Newman-Raju equation, simpangan terbesar yaitu sebesar 3.89% pada sudut 0°. Dari perbandingan diatas dapat dilihat bahwa simpangan terbesar yang didapat lebih besar jika hasil ANSYS diperbandingkan dengan

Beasy. Hal ini dapat terjadi karena keduanya mempunyai basis metode yang berbeda, ANSYS berbasis metode elemen hingga sedangkan Beasy berbasis metode elemen batas.

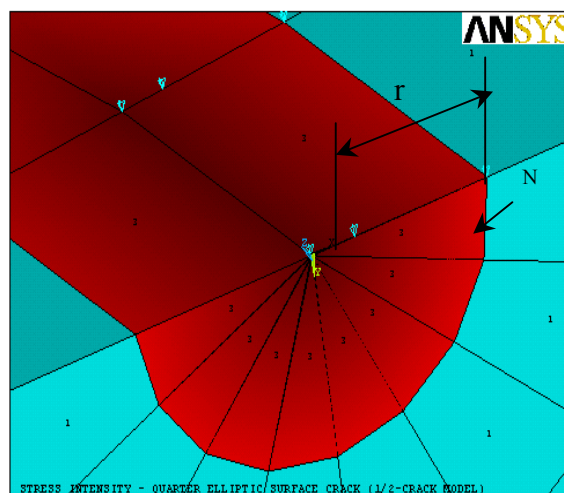
**Pengaruh Ukuran Dan Jumlah Elemen Singular Di Sekitar Ujung Retak Terhadap Harga Faktor Intensitas Tegangan**

Hipotesis ( $H_0$ ) yang diambil bahwa tidak ada pengaruh ukuran ( $r$ ) dan jumlah elemen singular ( $n$ ) di sekitar ujung retak terhadap hasil uji harga faktor intensitas tegangan. Variasi ukuran ( $r$ ) dan jumlah elemen singular ( $n$ ) di ujung retak dapat dilihat pada gambar 5.

Untuk menguji hipotesis ini diambil ukuran elemen radius 0.3, 0.4, dan 0.5 mm sedangkan jumlah elemen singular di ujung retak divariasikan 4, 6, dan 8.

Untuk mengolah data digunakan analisis statistik dengan memanfaatkan perangkat lunak Microsoft Excel dimana analisis yang dilakukan adalah analisa varian dua arah.

Hasil analisis varian dua arah, 3x3 untuk ukuran elemen singular ( $r$ ) dan jumlah elemen retak ( $N$ ) terhadap harga faktor intensitas tegangan ( $\rho_K$ ) pada sudut 90 derajat (arah a), dapat dilihat pada tabel 1 berikut:



Gambar 5. Variasi ukuran ( $r$ ) dan jumlah elemen singular ( $N$ ) diujung retak

**Tabel 1. Data variasi ukuran (r) dan jumlah elemen singular (N) terhadap hasil faktor intensitas tegangan ( $\rho K(a)$ ) untuk sudut 90 derajat**

	R = 0.3	R = 0.4	R = 0.5
N = 4	0.691	0.756	0.764
N = 6	0.781	0.79	0.801
N = 8	0.757	0.765	0.769

Dengan hasil Anova dua arah, dapat dilihat pada table 2:

**Tabel 2. Hasil Anova dua arah**

Source of Variation	Sum of Square	DF	Mean square	F ratio	$F_{\alpha}(2,4)$
Columns	0.002031	2	0.001015	2.800	6.9443
Rows	0.00432	2	0.00216	5.957	6.9443
Error	0.00145	4	0.000363		
Total	0.007802	8			

Sedangkan Hasil analisis varian dua arah, 3 x 3 untuk ukuran elemen singular (r) dan jumlah elemen (N) retak terhadap harga faktor intensitas tegangan ( $\rho K$ ) pada sudut 0 derajat (arah c), dapat dilihat pada tabel 3 berikut:

**Tabel 3. Data variasi ukuran (r) dan jumlah elemen singular (N) terhadap hasil faktor intensitas tegangan ( $\rho K(c)$ ) untuk sudut 0 derajat .**

	R = 0.3	R = 0.4	R 0.5
N = 4	0.695	0.787	0.792
N = 6	0.813	0.82	0.83
N = 8	0.78	0.79	0.794

Dengan hasil anova dua arah ditunjukkan pada tabel 4:

**Tabel 4. Hasil Anova dua arah**

Source of Variation	Sum of Squares	DF	Mean square	F ratio	$F_{\alpha}(2,4)$
Column	0.003181	2	0.00159	2.095761	6.9443
Row	0.005958	2	0.002979	3.925763	6.9443
Error	0.003035	4	0.000759		
Total	0.012174	8			

Dari hasil F perhitungan untuk sudut 0 dan 90 derajat yang sudah ditabelkan di atas dan hasil  $F_{\alpha}(2,4)$  yang didapat dari tabel dapat ditarik kesimpulan:

- ☞ Pada perlakuan r didapat hasil  $F_{hitung} < F_{\alpha}(2,4)$  yang berarti hipotesis  $H_{01}$  diterima.
- ☞ Pada perlakuan N didapat hasil  $F_{hitung} < F_{\alpha}(2,4)$  yang berarti hipotesis  $H_{02}$  diterima.

Pernyataan tersebut diatas mempunyai arti bahwa:

- ☞ Hipotesis yang menyatakan tidak terdapat adanya pengaruh faktor ukuran elemen singular (r) diujung retak terhadap harga faktor intensitas tegangan ( $\rho K$ ) adalah benar.
- ☞ Hipotesis yang menyatakan tidak terdapat adanya pengaruh faktor jumlah elemen singular (N) di ujung retak terhadap harga faktor intensitas tegangan ( $\rho K$ ) adalah benar.

Dengan hasil analisis diatas dapat dilihat bahwa pada sudut 0 derajat dan sudut 90 derajat, tidak dipengaruhi oleh ukuran dan jumlah elemen singular. Sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa dalam kasus Retak Pojok Eliptik (*elliptic corner crack*) tidak ada pengaruh ukuran elemen (r) dan jumlah elemen singular (N) terhadap harga faktor intensitas tegangan di sekitar ujung retak. Hal ini disebabkan karena elemen singular dapat memodelkan secara langsung singularitas di sekitar ujung retak. Hasil ini sesuai dengan hasil penelitian dari Choiron, MA, dan Berata, Wajan dan Pramono, AS (2001)<sup>[5]</sup> bahwa ukuran elemen dan jumlah elemen singular di sekitar ujung retak tidak berpengaruh terhadap harga faktor intensitas tegangan pada kasus spesimen CT.

#### 4. Kesimpulan

Perbandingan hasil analisa metode elemen hingga dengan software ANSYS rel. 5.4 pada kasus Retak Pojok Eliptik hasilnya cukup dekat dengan hasil analisa yang berbasis pada metode elemen batas (Boundary Element Methode), dengan simpangan terbesar sebesar 7.99 % berada pada sudut 90 derajat. Perbandingan hasil ANSYS dibandingkan dengan Newman-Raju equation, simpangan terbesar yaitu sebesar 3.89% pada sudut 0°. Sehingga dapat disimpulkan bahwa prosedur yang dipakai dalam analisa dengan ANSYS rel. 5.4 cukup sah untuk dipakai sebagai suatu metode mengevaluasi faktor intensitas tegangan untuk kasus Retak Pojok Eliptik.

#### Daftar Pustaka

1. Banks-sills, Leslie and Bortman, Yaacov, *Reappraisal of The Quarter Point Quadrilateral Element in Linear Elastic Fracture Mechanics*, International Journal of Fracture, vol. 25, 1984. pp 169-180.

2. Broek, David, *The Practical Use of Fracture Mechanics*, Kluwer Academic Publisher, Netherland. 1989.
3. Carpinteri A., *Shape Change of Surface Crack in Round Bars Under Cyclic Axial Loading*, Int. J Fatigue 15 no 1, 1993, pp 21-26.
4. Chan, S.K., Tuba, I.S. and Wilson, W.K., *On Finite Elemen Method In Linear Elastic Fracture Mechanics*, Engineering Fracture Mechanics, vol. 3, 1970, pp. 1-17.
5. Choiron, M.A. dan Berata, Wajan, *Evaluasi Intensitas Tegangan pada Spesimen Compact Tension dengan Metode Elemen Hingga*, Laporan Penelitian, Jurusan Teknik Mesin ITS, Surabaya. 2001.
6. Putra, I.S dan Purbolakson, J dan Pramono, A., *Stress Intensity Faktor of Part-Through Crack Using Beasy*, Prosiding Seminar Fatigue & Fracture Mechanics, 1998, pp 1-8.
7. Zienkiewicz, O.C., *The Finite Element Methode*, 3<sup>th</sup> Edition, McGraw Hill Book, London. 1977.